قواعد عامة :

١- اذا كانت x' هي القيمة التقريبية للعدد x بعد ان تم تدويره الى m مرتبة عشرية فأن مقدار الخطأ e_x يتبع العلاقة:

$$|e_x| \leq 0.5 \times 10^{-m}$$

٢- اذا كانت x' هي القيمة التقريبية للعدد x بعد ان تم قطعه الى k مرتبة عشرية فأن مقدار الخطأ e_x يتبع العلاقة :

$$|e_x| < 10^{-k}$$

مثال : تحقق من القاعدة الاولى اذا كان

$$x = \frac{8}{9} = 0.8888\ldots$$

و x' هو العدد التقريبي لـ x مدور الى 3 مراتب عشرية

$$x' = 0.889$$

$$\therefore \quad e_x = x - x'$$

$$= \frac{8}{9} - 0.889$$

$$= \frac{8}{9} - \frac{889}{1000}$$

$$= \frac{8000 - 8001}{9 \times 10^3}$$

$$\therefore \quad |e_x| = \frac{1}{9} \times 10^{-3} < \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

الصيغة العامة للخطأ

لتكن u دالة لعدد من المتغيرات المستقلة x_1، x_2، و x_3 .... x_n

و لتكن Δx_1 Δx_2 ، Δx_3 .... Δx_n هي مقادير الخطأ المقابلة

فإذا كان Δu هو مقدار الخطأ في u فإن:

$$u = f(x_1, x_2, \dots x_n)$$

$$u + \Delta u = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots x_n + \Delta x_n)$$

و باستخدام نظرية تايلور يكون مفكوك الطرف الايمن نحصل:

$$u + \Delta u = f(x_1, x_2 \dots, x_n) + \Delta x_1 \cdot \frac{\partial f}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + \text{terms involving } (\Delta x_i)^2$$

$$\therefore u + \Delta u = u + \Delta x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots \Delta x_n \frac{\partial f}{\partial x_n}$$

$$\therefore \Delta u = \Delta x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f}{\partial x_n}$$

$$\therefore e_u = \Delta x_1 \cdot \frac{\partial u}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial u}{\partial x_n}$$

$$\therefore e_u = e_{x_1} \cdot \frac{\partial u}{\partial x_1} + e_{x_2} \cdot \frac{\partial u}{\partial x_2} + \dots + e_{x_n} \cdot \frac{\partial u}{\partial x_n}$$

and $re_u = \frac{1}{u} \left(e_{x_1} \cdot \frac{\partial u}{\partial x_1} + e_{x_2} \cdot \frac{\partial u}{\partial x_2} + \dots + e_{x_n} \frac{\partial u}{\partial x_n} \right)$

النسبي

Scanned with CamScanner

مثال

اذا كانت $u = \frac{5xy^2}{z^3}$

و e_x . e_y و e_z هي الاخطاء المرهودة في x و y و z

افرض ان $e_x = e_y = e_z = 0.001$

و $x = y = z = 1$

اوجد اعظم خطأ نسبي في u

Solution :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{5y^2}{z^3} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{10xy}{z^3} \qquad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{-15xy^2}{z^4}$$

$$\therefore\ e_u = \frac{\partial u}{\partial x} e_x + \frac{\partial u}{\partial y} e_y + \frac{\partial u}{\partial z} e_z$$

$$(e_u)_{max} = \left| \frac{5y^2}{z^3} e_x \right| + \left| \frac{10xy}{z^3} e_y \right| + \left| \frac{-15xy^2}{z^4} e_z \right|$$

$$\therefore\ (e_{ru})_{max} = \frac{(e_u)_{max}}{u} = \frac{0.03}{5} = 0.006$$

واجب بيتي :

① if $X = 2.536$ find the absolute error and the relative error when:

ⓐ X is rounded to two decimal digits

ⓑ X is truncated to two decimal digits

② if $\pi = \frac{22}{7}$ is approximated as 3.14 find the absolute error, relative error and relative percentage error.

③ The number $x = 37.46235$ is rounded to four significant figures. Compute the absolute error, relative error and the percentage error.

hint : $x' = 37.46$ اخد ارقام معنويه

④ Round the following numbers to 3 decimal places :

0.4699   1.0532   0.0004555

0.0028561   0.0015

⑤ Find the relative error in computation of: $x-y$ for $x = 12.05$ and $y = 8.02$ having absolute errors $e_x = 0.005$ and $e_y = 0.001$.

⑥ if $y = 4x^6 - 5x$ find the percentage error in y at $x = 1$ if the error in x is $e_x = 0.04$

⑦ if $\frac{5}{6}$ is represented approximately by 0.8333, find (a) relative error, and (b) percentage error.

⑧ if $f(x) = 4\cos x - 6x$. find the relative percentage error in $f(x)$ for $x = 0$ if the error in $x = 0.005$